第二节离散信号的频域分析

项基

Department of System Science and Engineering
College of Electrical Engineering, Zhejiang University
http:person.zju.edu.cn/jxiang
Email: jxiang@zju.edu.cn

April 30, 2019

目录

非周期信号的频域分析
从 DFS 到 DTFT

- 非周期序列可以看做周期无穷大的周期序列。
- 对长度有限的非周期序列，类似连续信号，以 N 为周期，将 $x(n)$ 延拓为周期信号 $x_N(n)$。

$$x_N(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(n - mN)$$

  当 $N \to \infty$ 时，$x_N(n) = x(n)$。
- 周期为无穷大时的 DFS$\Longrightarrow$ 离散时间傅里叶变换 (Discrete Time Fourier Transformation, DTFT)

回顾周期序列的 DFS 为

$$x(n)=\sum_{k=0}^{N-1}X(k\Omega_0)e^{jk\Omega_0 n},\quad X(k\Omega_0)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-jk\Omega_0 n}$$

$N\to\infty$ 时，$\Omega_0=2\pi/N\to d\Omega, k\Omega_0\to\Omega, \sum_{k=0}^{N-1}\to\int_0^{2\pi}$。

当 $N\to\infty$，$X(k\Omega_0)$ 趋向无穷小, 为避免在无穷小量上讨论频域特性，如同连续信号一样，考虑频谱密度

$$\begin{aligned}X(\Omega) &= \lim_{N\to\infty}NX(k\Omega_0)=\lim_{N\to\infty}\sum_{n=-N/2}^{N/2}x(n)e^{-jk\Omega_0 n}\\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)e^{-j\Omega n}\end{aligned}$$

$$x(n) = \lim_{N\to\infty}\sum_{k=0}^{N-1} X(k\Omega_0)e^{jk\Omega_0 n} = \lim_{N\to\infty}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{1}{N}(NX(k\Omega_0))e^{jk\Omega_0 n}$$

$$\overset{\frac{2\pi}{N}=d\Omega}{=} \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} X(\Omega)e^{j\Omega n}d\Omega \qquad [N\Omega_0 = 2\pi]$$

DTFT

$$X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\Omega n}$$

$$x(n) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} X(\Omega)e^{j\Omega n}d\Omega$$

$$x(n) \overset{DTFT}{\longleftrightarrow} X(\Omega)$$

DTFT 的物理意义

已知时域采样信号 $x_s(t) = x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$，利用傅立叶变换的线性性质和 $\delta(t - nT_s) \overset{\mathscr{F}}{\longleftrightarrow} e^{-jnwT_s}$，可得

$$X_s(w) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s)e^{-jwnT_s}$$

让 $\Omega = wT_s$，n 代替 nT_s，即有

$$X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\Omega n}$$

序列的离散时间傅立叶变换即是采样信号的连续傅立叶变换

$X(\Omega)$ 是周期为 2π 的连续时间周期信号

DTFT 的性质

表 3—1 DTFT 的性质

性 质	序 列	离散时间傅里叶变换(DTFT)
定义	$x(n)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}X(\Omega)e^{j\Omega n}d\Omega$	$X(\Omega)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)e^{-j\Omega n}$
线性	$ax(n)+by(n)$	$aX(\Omega)+bY(\Omega)$
时域平移	$x(n-n_0)$	$e^{-j\Omega n_0}X(\Omega)$
频域平移	$e^{j\Omega_0 n}x(n)$	$X(\Omega-\Omega_0)$
时间翻转	$x(-n)$	$X(-\Omega)$
共轭对称	$x^*(n)$	$X^*(-\Omega)$

时域卷积(卷积和)	$x(n) * y(n)$	$X(\Omega)Y(\Omega)$
频域卷积	$x(n)y(n)$	$\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(\lambda)Y(\Omega-\lambda)d\lambda$
调　制	$x(n)\cos\Omega_0 n$	$\frac{1}{2}[X(\Omega+\Omega_0)+X(\Omega-\Omega_0)]$
频域微分	$nx(n)$	$j\frac{dX(\Omega)}{d\Omega}$
帕斯瓦尔公式	$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\lvert x(n)\rvert^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\lvert X(\Omega)\rvert^2 d\Omega$	

时域卷积(卷积和)	$x(n)*y(n)$	$X(\Omega)Y(\Omega)$
频域卷积	$x(n)y(n)$	$\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}X(\lambda)Y(\Omega-\lambda)d\lambda$
调　　制	$x(n)\cos\Omega_0 n$	$\frac{1}{2}[X(\Omega+\Omega_0)+X(\Omega-\Omega_0)]$
频域微分	$nx(n)$	$j\frac{dX(\Omega)}{d\Omega}$
帕斯瓦尔公式	$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\lvert x(n)\rvert^2=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\lvert X(\Omega)\rvert^2 d\Omega$	

与傅里叶变换不同

没有对偶性，多了频域微分，频域卷积是周期卷积

思考

DTFT 的对偶性存在吗？即 $X(n)\overset{DTFT}{\longleftrightarrow}2\pi x(-\Omega)$?

$X(\Omega)$ 连续周期信号，其周期为 $T=2\pi$, 基波频率 $w_0=2\pi/T=1$. 用 t 代替 Ω, 则有

$$X(\Omega)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)e^{-j\Omega m}\xrightarrow{\Omega\mapsto t}X(t)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)e^{-jmt}$$

定义 $X(t)$ 的连续时间傅立叶级数系数为 $\bar{X}(nw_0)$，

$$\begin{aligned}\bar{X}(nw_0) &= \frac{1}{T}\int_T X(t)e^{-jnw_0t}dt \overset{w_0=1}{=} \frac{1}{T}\int_T\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)e^{-jmt}e^{-jnt}dt\\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)\frac{1}{T}\int_T e^{-j(m+n)t}dt = x(-n)\end{aligned}$$

$$x(n)\overset{DTFT}{\longleftrightarrow}X(\Omega),\quad X(t)\overset{CFS}{\longleftrightarrow}x(-n)$$

表 3—2 一些常见离散序列的 DTFT

序列	离散时间傅里叶变换(DTFT)
$\delta(n)$	1
$\delta(n-n_0)$	$e^{-j\Omega n_0}$
1	$2\pi\delta(\Omega)$
$e^{j\Omega_0 n}$	$2\pi\delta(\Omega-\Omega_0)$
$a^n u(n), \vert a\vert<1$	$\dfrac{1}{1-ae^{-j\Omega}}$
$-a^n u(-n-1), \vert\alpha\vert>1$	$\dfrac{1}{1-ae^{-j\Omega}}$
$(n+1)a^n u(n), \vert a\vert<1$	$\dfrac{1}{(1-ae^{-j\Omega})^2}$
$\cos\Omega_0 n$	$\pi\delta(\Omega+\Omega_0)+\pi\delta(\Omega-\Omega_0)$

$$a^{(n-n_0)}u(n-n_0) \xleftrightarrow{DTFT} \frac{e^{-j\Omega n_0}}{1-ae^{-j\Omega}}$$

Example

设 $y(n)$ 满足零初始条件，且 $x(n)=\delta(n)$，求解如下线性差分方程

$$y(n)-0.25y(n-1)=x(n)-x(n-2)$$

解：对上式进行 DTFT 运算有

$$Y(\Omega)-0.25e^{-j\Omega}Y(\Omega)=X(\Omega)-e^{-2j\Omega}X(\Omega)$$

又 $X(\Omega)=1$，所以

$$Y(\Omega)=\frac{1-e^{-2j\Omega}}{1-0.25e^{-j\Omega}}=\frac{1}{1-0.25e^{-j\Omega}}-\frac{e^{-2j\Omega}}{1-0.25e^{-j\Omega}}$$

利用

$$z(n) = (0.25)^n u(n) \overset{DTFT}{\longleftrightarrow} \frac{1}{1 - 0.25e^{-j\Omega}}$$

和时域平移性质，得

$$y(n) = z(n) - z(n-2) = (0.25)^n u(n) - (0.25)^{n-2} u(n-2)$$

DTFT 性质的应用

Example

已知 $x(n)$ 是实序列，且其离散时间傅里叶变换可表示为 $X(\Omega) = X_R(\Omega) + jX_I(\Omega)$，试求 $X_R(\Omega)$ 的反 DTFT 变换

解：由共轭对称特性，$X(\Omega) = X^*(-\Omega) = X_R(-\Omega) - jX_I(-\Omega)$

所以 $X_R(-\Omega) = X_R(\Omega)$，$X_I(-\Omega) = -X_I(\Omega)$

由翻转特性 $x(-n) \xleftrightarrow{DTFT} X(-\Omega) = X_R(-\Omega) + jX_I(-\Omega)$

由线性特性可得 $x(n) + x(-n) \xleftrightarrow{DTFT} 2X_R(\Omega)$

故所求 $X_R(\Omega)$ 的反 DTFT 变换对应的序列为 $[x(n) + x(-n)]/2$

离散傅里叶变换 (DFT)

离散信号的傅立叶变换 DTFT，它是 Ω 的连续周期函数，尽管在理论上有重要意义，但在实际中往往难于计算。为此我们需要一种时域和频域都离散的傅里叶变换对，这就是离散傅里叶变换 (Discrete Fourier Transformation)，简称DFT

回顾 DTFT，频谱

$$X(\Omega)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)e^{-j\Omega n}$$

以 2π 为周期。设离散化后的频谱为一周期内 N 个点，即 $[0,2\pi)$ 内 N 个点，间隔频率为 $\Omega_0=\frac{2\pi}{N}$，每个采样点的的频谱用 $X(k)$ 来表示，则

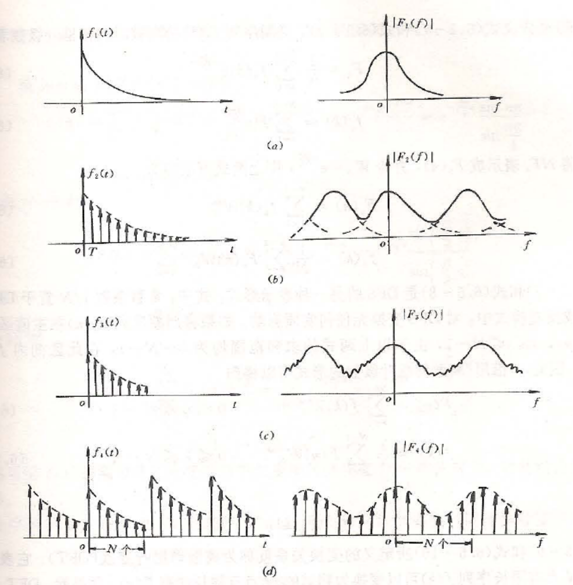
$$\begin{aligned}
X(k) &= X(\Omega)|_{\Omega=k\Omega_0}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)e^{-jk\Omega_0 n}\\
&= \sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)e^{-jk\frac{2\pi}{N}n} \quad \left(e^{-jk\frac{2\pi}{N}n}=e^{-jk\frac{2\pi}{N}(n+rN)}\right)\\
&= \sum_{n=1}^{N-1}\left(\sum_{r=-\infty}^{\infty}x(n+rN)\right)e^{-jk\frac{2\pi}{N}n}=\sum_{n=1}^{N-1}x_p(n)e^{-jk\frac{2\pi}{N}n}
\end{aligned}$$

离散频谱对应的序列 $x_p(n)$ 正是序列 $x(n)$ 按周期 N 的延拓

$$x_p(n) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} x(n+rN)$$

时域离散化，频域周期化；

频域离散化，时域周期化



对频谱离散化，得到了变换

$$X(k)=\sum_{i=0}^{N-1} x_p(n)e^{-jk\Omega_0 n}$$

那么反变换呢？如何得到 $x_p(n)$ 从 $X(k)$?

注意到 $x_p(n)$ 是个周期序列，回顾 DFS

$$X_p(k\Omega_0)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x_p(n)e^{-jk\Omega_0 n},\ x_p(n)=\sum_{n=0}^{N-1} X_p(k\Omega_0)e^{jk\Omega_0 n}$$

可见，$X(k)=NX_p(k\Omega_0)$，故有

$$x_p(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{jk\Omega_0 n}$$

对于周期为 N 的序列 $x(n)$，定义其从 $n=0$ 到 $N-1$ 范围为主值区间，在主值区间的序列为主值序列。

对 $X(k)$ 和 $X_p(N)$ 都取主值序列，并用 $x(n)$ 表示时域序列，则得DFT变换对。

DFT

$$\begin{aligned} X(k) &= \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-jk\Omega_0 n} \\ x(n) &= \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{jk\Omega_0 n} \end{aligned}$$

$$x(n) \overset{DFT}{\longleftrightarrow} X(k)$$

- DFS

$$X(k\Omega_0) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-jk\Omega_0 n}, \quad x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k\Omega_0)e^{jk\Omega_0 n}$$

- DTFT

$$\begin{aligned} X(\Omega) &= \lim_{N\to\infty} NX(k\Omega_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\Omega n} \\ x(n) &= \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} NX(k\Omega_0)e^{jk\Omega_0 n} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} X(\Omega)e^{j\Omega n}d\Omega \end{aligned}$$

- DFT

$$\begin{aligned} X(k) &= NX(k\Omega_0) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-jk\Omega_0 n} \\ x(n) &= \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} NX(k\Omega_0)e^{jk\Omega_0 n} = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{jk\Omega_0 n} \end{aligned}$$

DFT 的物理意义

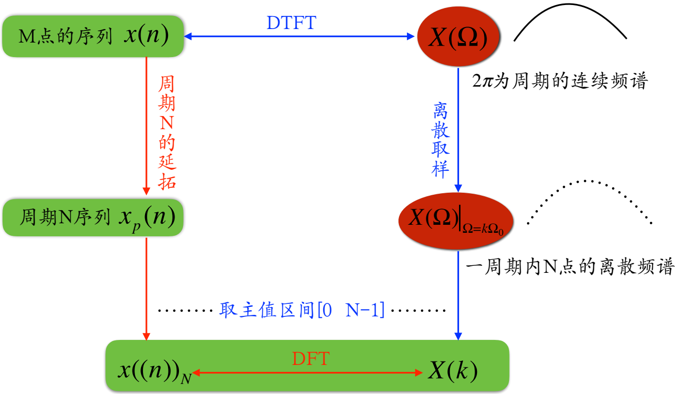
$$X(k)=X(\Omega)|_{\Omega=k\Omega_0}=X(k\frac{2\pi}{N})=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)e^{-j(k\frac{2\pi}{N})n}$$

- 是连续的离散时间傅立叶变换频谱以 Ω_0 为间隔的取样。
- Ω_0 是任意整除 2π 的值，设为 $\Omega_0=\frac{2\pi}{N}$，这里 N 决定了 DFT 的频域主值序列的的长度，即也决定了时域主值序列的长度。
- N 也决定了 $X(k)$ 的物理意义：$T_sX(k)$为连续时间信号在频率 $w=\frac{2\pi}{NT_s}$ 的 k 倍处的频谱，但是 $k>\frac{N}{2}$ 时，对应不是 k 次频谱，而是 $k-N$ 次的频谱，即负频率段的频谱，

$$\begin{cases} T_sX(k)=X_c\left(k\frac{2\pi}{NT_s}\right) & 0\le k\le \frac{N}{2} \\ T_sX(k)=X_c\left((k-N)\frac{2\pi}{NT_s}\right) & \frac{N}{2}<k\le N-1 \end{cases}$$

主值序列

对一个 M 点的序列 $x(n)$，要获得它 N 点的离散频谱，可以有两条路线，蓝色的 DTFT 和红色的 DFT。



$x((n))_N$ 表示对序列 $x(n)$ 做周期 N 的延拓，并取主值区间，即为主值序列。

- 如果 $M=N$，显然 $x((n))_N=x(n)$，直接对序列做 DFT 即可。
- 如果 $M\neq N$，即序列点数与 DFT 点数不一致时，
  - 当 $M<N$ 时，在 $M-1$ 点后补零，以满足 DFT 的要求。
  - 当 $M>N$ 时，即采样点数大于 DFT 的点数，周期延拓出现叠加现象。

设 $N<M<2N$ 时，由 $X(\Omega)=\sum\limits_{n=0}^{M}x(n)e^{-j\Omega n}$，可知

$$\begin{aligned}
X(k) &= \sum_{n=0}^{M-1}x(n)e^{-j(k\frac{2\pi}{N})n}=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j(k\frac{2\pi}{N})n}+\sum_{n=N}^{M-1}x(n)e^{-j(k\frac{2\pi}{N})n}\\
&= \sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j(k\frac{2\pi}{N})n}+\sum_{n=0}^{M-1-N}x(N+n)e^{-j(k\frac{2\pi}{N})(N+n)}\\
&= \sum_{n=0}^{M-1-N}(x(n)+x(n+N))e^{-j(k\frac{2\pi}{N})n}+\sum_{n=M-N}^{N-1}x(n)e^{-j(k\frac{2\pi}{N})n}
\end{aligned}$$

计算 $x((n))_N$,

1. 纵列 $\cdots, x(n+N), x(n), x(n-N), \cdots$
2. 划定主值区间，依据下标确定的 0 时刻
3. 在主值区间内，纵向累加求和，得 $x((n))_N$.

考虑对序列 $x(n) = \{\underline{0}, 1, 2, 3\}$, 进行周期 $N = 3$ 的延拓，如下图所示

$$
\begin{array}{llllll|lll|llll}
x(n+N) & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
x(n) & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{0} & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\
x(n-N) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3
\end{array}
$$

将所有的行加在一起，并取两条红线之间的主值区间，可得

$$x((n))_N = x_p(n)R_3(n) = \{3, 1, 2\}$$

类似，可推知 $x((n))_2=\{2,\ 4\}$

$$
\begin{array}{c|ccc|cc|cccccc}
 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
{\color{blue}x(n)} & 0 & 0 & 0 & {\color{red}\underline{0}} & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0
\end{array}
$$

这即对应了上述当序列长度 $M=4$ 大于所求 DFT 长度 $N=2$ 的情形

$$
\begin{aligned}
X(k) &= \sum_{n=0}^{M-1-2}(x(n)+x(n+N))e^{-j(k\frac{2\pi}{N})n}+\sum_{n=M-N}^{N-1}x(n)e^{-j(k\frac{2\pi}{N})n} \\
&= \sum_{n=0}^{1}(x(n)+x(n+2))e^{-jk\pi n}+\sum_{n=2}^{1}() \\
&= (x(0)+x(2))+((x(1)+x(3))e^{-jk\pi}
\end{aligned}
$$

同样可得 $x(n) = \{\underline{0}, 1, 2, 3\}$ 的滞后序列 $x(n-2)$ 进行周期 3 延拓后的主值序列为：

$$x((n-2))_3 = \{1, 2, 3\}$$

$x(n-2+2N)$	0	0	1	2	3	0	0	0	0	0	0
$x(n-2+N)$	0	0	0	0	0	$\underline{1}$	2	3	0	0	0
$x(n-2)$	0	0	0	0	0	$\underline{0}$	0	$\underline{0}$	1	2	3

DFT 的周期延拓

需将序列补零后，按 DFT 的长度 N 进行周期延拓，混叠相加成新序列，然后取主值区间，进行 DFT 计算；
相应地，IDFT 计算所得的序列应为$x((n))_N$，而非原序列$x(n)$。

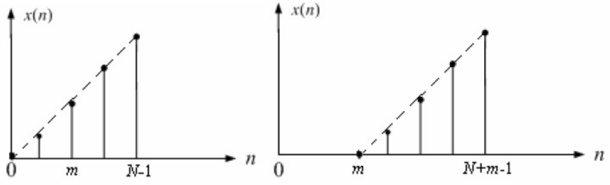
DFT 的性质

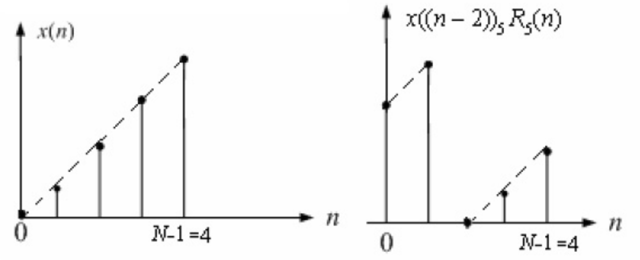
- 线性

$$ax_1(n) + bx_2(n) \overset{DFT}{\longleftrightarrow} aX_1(k) + bX_2(k)$$

注意，序列 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 要保持相同的长度

- 圆周移位





$$x((n-m))_N \overset{DFT}{\longleftrightarrow} e^{-j\Omega_0 mk} X(k)$$

同样地，频域若发生了圆周位移 $X((k-k_0))_N$，有

$$e^{j\Omega_0 k_0 n} x(n) \overset{DFT}{\longleftrightarrow} X((k-k_0))_N$$

- 圆周卷积

$$x(n) \circledast h(n) \xleftrightarrow{DFT} X(k)H(k)$$

式中 $x(n) \circledast h(n)$ 表示序列 $x(n)$ 和 $h(n)$ 的圆周卷积，定义为

$$x(n) \circledast h(n) = \sum_{m=0}^{N-1} x(m)h((n-m))_N = \sum_{m=0}^{N-1} h(m)x((n-m))_N$$

Proof.

设 $Y(k)=X(k)H(k)$，则 $Y(k)$ 的 DFT 反变换为

$$
\begin{aligned}
y(n) &= \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} Y(k)e^{jk\Omega_0 n} = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X(k)H(k)e^{jk\Omega_0 n} \\
&= \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\left[\sum_{m=0}^{N-1} x(m)e^{-jk\Omega_0 m}\right] H(k)e^{jk\Omega_0 n} \\
&= \sum_{m=0}^{N-1} x(m)\frac{1}{N}\left[\sum_{k=0}^{N-1} H(k)e^{-jk\Omega_0 m}e^{jk\Omega_0 n}\right] \\
&= \sum_{m=0}^{N-1} x(m)h((n-m))_N
\end{aligned}
$$

$\square$

Example

已知 $x(n)=[2,1,2,1]$，$h(n)=[1,2,3,4]$，计算两个序列的圆周卷积 $y(n)=x(n)\circledast h(n)$

解： 由 DFT 变换有

$$X(k)=\sum_{n=0}^{3}x(n)e^{-jk\Omega_0 n}=2+e^{-jk\frac{\pi}{2}}+2e^{-jk\pi}+e^{-jk\frac{3\pi}{2}}$$

得

$$X(0)=6, X(1)=0, X(2)=2, X(3)=0$$

同理可得

$$H(0)=10, H(1)=-2+2j, H(2)=-2, H(3)=-2-2j$$

则有 $Y(k)=X(k)H(k)=[60,0,-4,0]$，应用 DFT 反变换，可求得

$$y(n)=\frac{1}{4}\sum_{k=0}^{3}Y(k)e^{jk\frac{2\pi}{4}n}=\frac{1}{4}(60-4e^{j\pi n})$$

表 3－4　DFT 的性质

性　质	序　列	离散时间傅里叶变换(DTFT)
线性	$ax(n)+by(n)$	$aX(k)+bY(k)$
周期性	$x(n)=x(n+N)$	$X(k)=X(k+N)$
时域圆周移位	$x((n-m))_N R_N(n)$	$e^{-j\Omega_0 mk}X(k)$
频域圆周移位	$e^{j\Omega_0 k_0 n}x(n)$	$X((k-k_0))_N R_N(k)$
时间翻转	$x(-n)$	$X(-\Omega)$
复共轭	$x^*(n)$	$X^*(N-k)$
时域圆周卷积	$x(n)\circledast h(n)$	$X(k)H(k)$
频域圆周卷积	$x(n)h(n)$	$\frac{1}{N}X(k)\circledast H(k)$
调　制	$x(n)\cos\Omega_0 n$	$\frac{1}{2}[X(\Omega+\Omega_0)+X(\Omega-\Omega_0)]$
圆周相关	$x(n)\circledast h^*(-n)$	$X(k)H^*(k)$
帕斯瓦尔公式	$\sum_{n=0}^{N-1}\lvert x(n)\rvert^2$	$\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\lvert X(k)\rvert^2$

作业 P187

- 9 ($Y(\Omega)$ 中的 e^{-j2w} 应为 $e^{-j2\Omega}$，另外，提示虚部和实部分开讨论)
- 13
- 15
- 16
- 补充作业：对信号 $x(t) = 2g_2(t)\cos(\pi t)$ 进行周期为 $T_s = 0.25$ 的采样，
  1. 求频率分辨率为 $\frac{\pi}{2}$ 的频谱分布 $X(k)$，
  2. 离散角频率 $(0, \pi)$ 所对应的连续时间信号的频谱段 D_w 为多少。
  3. 计算信号 $x(t)$ 的频谱 $X(w)$，
  4. 画出 D_w 区间上的来自离散傅立叶变换 $T_sX(k)$ 的频谱图和 $X(w)$ 的频谱图。

谢谢！